Papy Thagore

Corrections — Numéro 2

Du mardi 20 janvier au mardi 3 février

Mardi 20 janvier — Corrections

1. $A = (x+3)^2$
On utilise $(u+v)^2 = u^2 + 2uv + v^2$ avec $u = x$, $v = 3$:

$$A = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9.$$

2. $B = (2x-5)^2$
On utilise $(u-v)^2 = u^2 - 2uv + v^2$ avec $u = 2x$, $v = 5$:

$$B = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 5 + 5^2 = 4x^2 - 20x + 25.$$

3. $C = (x+1)^2 - x^2$

$$C = (x^2 + 2x + 1) - x^2 = 2x + 1.$$

Mercredi 21 janvier — Corrections

Différence de deux carrés : $(u+v)(u-v) = u^2 - v^2$.
1. $A = (x+4)(x-4)$

$$A = x^2 - 4^2 = x^2 - 16.$$

2. $B = (2x-1)(2x+1)$

$$B = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1.$$

3. $C = (x+7)(x-7) + 49$

$$(x+7)(x-7) = x^2 - 49 \quad \Rightarrow \quad C = (x^2-49)+49 = x^2.$$

Culture — "fait" : en mathématiques, un *fait* est une affirmation vraie dans le cadre fixé (définitions/axiomes) et justifiée par une démonstration.

Jeudi 22 janvier — Corrections

1. $A = (3x+2)^2$

$$A = (3x)^2 + 2 \cdot (3x) \cdot 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4.$$

2. $B = (x-5)^2$

$$B = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 25 = x^2 - 10x + 25.$$

3. $C = (2x-1)(2x+1) - x^2$

$$(2x-1)(2x+1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$$

donc

$$C = (4x^2 - 1) - x^2 = 3x^2 - 1.$$

Vendredi 23 janvier — Corrections

On a $u_n = 3n - 2$.
1. u_{n+1}

$$u_{n+1} = 3(n+1) - 2 = 3n + 3 - 2 = 3n + 1.$$

2. u_5 et u_6

$$u_5 = 3 \cdot 5 - 2 = 13, \qquad u_6 = 3 \cdot 6 - 2 = 16.$$

3. Variation / nature

$$u_{n+1} - u_n = (3n+1) - (3n-2) = 3.$$

La différence est constante : (u_n) est une suite **arithmétique** de raison 3.

Samedi 24 janvier — Corrections

Développer : $(x-2)^2$

$$(x-2)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4.$$

Énigme (chewing-gum) :
On teste l'hypothèse *« le coupable est le seul menteur »*.
Si **Jonathan** est coupable : il ment donc *Anthony n'est pas coupable.*
Déborah dit vrai (*« C'est Jonathan ! »*), Coralie dit vrai (*« pas moi »*), Anthony dit vrai (*« pas moi »*). Tout est cohérent.
Conclusion : le coupable est Jonathan.

Dimanche 25 janvier — Corrections

Identifier a, b, c dans $2x^2 - 5x + 3$:

$$a = 2, \qquad b = -5, \qquad c = 3.$$

Lundi 26 janvier — Corrections

On a $u_n = 2n^2 - 3n + 1$.
1. Calcul de u_{n+1}

$$u_{n+1} = 2(n+1)^2 - 3(n+1) + 1$$
$$= 2(n^2 + 2n + 1) - 3n - 3 + 1$$

$$= 2n^2 + 4n + 2 - 3n - 2 = 2n^2 + n.$$

2. Vérification pour $n = 2$
Par définition :

$$u_3 = 2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = 18 - 9 + 1 = 10.$$

Avec la formule trouvée :

$$u_{2+1} = 2 \cdot 2^2 + 2 = 8 + 2 = 10.$$

C'est cohérent.

Mardi 27 janvier — Corrections

Trinôme : $-3x^2 + 6x - 1$.
1. Second degré : $a = -3 \neq 0$ donc c'est bien un trinôme du second degré.
2. Coefficients :

$$a = -3, \qquad b = 6, \qquad c = -1.$$

Mercredi 28 janvier — Corrections

On considère $f(x) = x^2 - 5x + 6$.
1. Discriminant
Ici $a = 1$, $b = -5$, $c = 6$:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1.$$

2. Racines

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

donc

$$x_1 = 2, \qquad x_2 = 3.$$

Jeudi 29 janvier — Corrections

On considère $g(x) = 2x^2 - 3x - 2$.
1. Discriminant
$a = 2$, $b = -3$, $c = -2$:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25.$$

2. Solutions de $g(x) = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm 5}{4}$$

donc

$$x_1 = 2, \qquad x_2 = -\frac{1}{2}.$$

Vendredi 30 janvier — Corrections

Résoudre $x^2 - 4x + 5 = 0$.
1. Discriminant
$a = 1$, $b = -4$, $c = 5$:

$$\Delta = 16 - 20 = -4.$$

2. Nombre de solutions réelles
Comme $\Delta < 0$, l'équation n'a **aucune solution réelle**.
(*En complexs :* $x = 2 \pm i$.)

Samedi 31 janvier — Corrections

1. Résoudre $x^2 - 9 = 0$

$$x^2 - 9 = 0 \iff x^2 = 9 \iff x = 3 \text{ ou } x = -3.$$

2. Énigme visuelle (carrés dans une grille 4×4)
Carrés 1×1 : 16
Carrés 2×2 : 9
Carrés 3×3 : 4
Carrés 4×4 : 1
Total :

$$16 + 9 + 4 + 1 = 30.$$

Dimanche 1er février — Corrections

1. Résoudre $(x-2)(x+4)=0$

$$(x-2)(x+4)=0 \iff x-2=0 \text{ ou } x+4=0$$

donc

$$x=2 \quad \text{ou} \quad x=-4.$$

2. Diophante (épitaphe)

On note x l'âge de Diophante à sa mort.

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x.$$

On regroupe les fractions :

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}=\frac{2x}{12}+\frac{x}{12}=\frac{x}{4}.$$

Donc

$$\frac{x}{4}+\frac{x}{7}+\frac{x}{2}+9=x.$$

Mise au même dénominateur 28 :

$$\frac{7x}{28}+\frac{4x}{28}+\frac{14x}{28}+9=x$$

$$\frac{25x}{28}+9=x \iff 9=x-\frac{25x}{28}=\frac{3x}{28}.$$

Ainsi

$$x=84.$$

Diophante est mort à 84 ans.

Lundi 2 février — Corrections

On considère $(x+1)(x-3)$.

1. Développer

$$(x+1)(x-3)=x^2-3x+x-3=x^2-2x-3.$$

2. Identifier le trinôme

$$a=1, \qquad b=-2, \qquad c=-3.$$

3. Racines

$$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-3)=4+12=16.$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2\pm 4}{2} \Rightarrow x=3 \text{ ou } x=-1.$$

Mardi 3 février — Corrections (bonus)

1. $(2x-3)^2$

$$(2x-3)^2=(2x)^2-2\cdot(2x)\cdot 3+3^2=4x^2-12x+9.$$

2. $x^2-6x+9=0$

$$x^2-6x+9=(x-3)^2 \Rightarrow (x-3)^2=0 \Rightarrow x=3.$$

3. $x^2+2x+5=0$

$$\Delta=2^2-4\cdot 1\cdot 5=4-20=-16<0.$$

Donc **pas de solution réelle**.